



Technische Informatik I (Prof. Dr. A. Zell)

Übungsblatt 3, WS2003/2004

Aufgabe 9 Maschenanalyse (10 Punkte)

In dieser Aufgabe sollen Sie schrittweise einen allgemein anwendbaren Algorithmus zur Maschenanalyse eines Widerstandsnetzwerkes durchführen. Dadurch lassen sich die Ströme und Spannungen in allen Zweigen des Netzwerkes bestimmen.

Um ein Netzwerk vollständig zu analysieren, muß ein Gleichungssystem aufgestellt werden, das aus mehreren Maschen gewonnen wird. Da es zahlreiche Möglichkeiten gibt, die Maschen zu wählen, verfährt man im allgemeinen wie folgt. Dieses Vorgehen führt auch immer zur minimalen Anzahl benötigter Maschen:

- Es wird ein *vollständiger Baum* über die Knoten des Netzwerkes gelegt. Er beinhaltet alle Knoten, aber keine Schleifen. Alle übrigen Verbindungsstrecken sind die *Verbindungszweige*.
- Nimmt man zu dem Baum jeweils einen der Verbindungszweige hinzu, so ergibt sich eine Masche, in welcher ein Maschenstrom fließen kann. Somit sind alle Maschen bestimmt. Die Richtung der Maschenströme wird frei gewählt.
- Man stellt nun für alle Maschen die Maschengleichungen nach der Kirchhoffschen Maschenregel auf. Durch Umsortieren nach den Maschenströmen ergibt sich ein Gleichungssystem der Form:

$$\begin{pmatrix} R_{ij} \end{pmatrix}_{n \times n} \begin{pmatrix} I_{M1} \\ \vdots \\ I_{Mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{M1} \\ \vdots \\ U_{Mn} \end{pmatrix}$$

Die Matrix R ist hierbei quadratisch und symmetrisch. Zur Probe können Sie überprüfen, daß die Diagonalelemente R_{ii} die Summe der Widerstände in der Masche i enthält. Die restlichen Elemente R_{ij} stellen die Widerstände dar, die von den Maschenströmen i und j durchflossen werden. U_{Mi} ist die negierte Summe der Spannungsquellen in der Masche i (Vorzeichen in Umlaufrichtung gezählt).

Durch Auflösen des Gleichungssystems lassen sich alle Maschenströme berechnen.

- Der Strom in einem bestimmten Zweig im Netzwerk läßt sich nun einfach durch die vorzeichenrichtige Addition aller Maschenströme, die durch diesen Zweig fließen, bestimmen.

Wenden Sie diesen Algorithmus in der folgenden Aufgabenstellung auf das Widerstandsnetzwerk gemäß der Abbildung 1(a) an.

- Zeichnen Sie das Widerstandsnetzwerk aus Abbildung 1 ab und tragen Sie in verschiedenen Farben den Baum und die Verbindungszweige ein.
- Zeichnen Sie die 4 Maschenströme $I_{M1} \dots I_{M4}$ mitsamt der von ihnen frei gewählten Stromrichtung in ihre Zeichnung ein.

- (c) Stellen Sie für alle 4 Maschen die Maschengleichungen nach der Kirchhoffschen Maschenregel auf. Beachten Sie dabei die Vorzeichen und Richtungen der Maschenströme.
- (d) Lösen Sie das Gleichungssystem nach den Maschenströmen auf, die Sie zur Bestimmung von I_7 und U_7 benötigen.
- (e) Berechnen Sie den Strom I_7 und die Spannung U_7 am Widerstand R_7 allgemein in Abhängigkeit von R , U_0 und U_1 und für $R = 470 \Omega$, $U_0 = 5 \text{ V}$, $U_1 = 12 \text{ V}$.

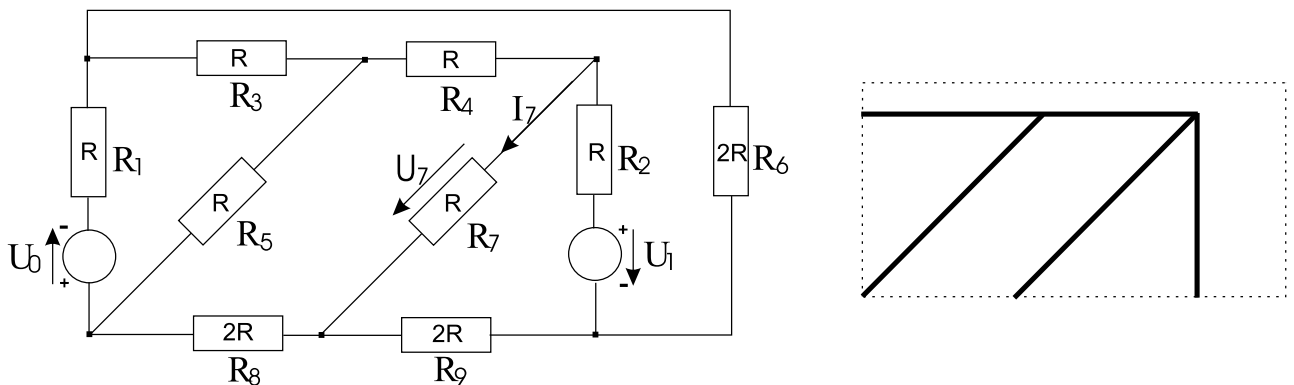


Abbildung 1: (a) Netzwerk (b) Baum (durchgehend) und Verbindungszweige (gestrichelt)

Aufgabe 10 Knotenanalyse (10 Punkte)

Gegeben ist das Widerstandsnetzwerk gemäß der Abbildung.

- (a) Berechnen Sie mit Hilfe der Knotenregel die Potentiale U_2 , U_3 und U_4 in den Punkten 2, 3, und 4. Als Bezugspotential gilt der Punkt 0 mit Potential 0 V . Stellen Sie dazu die Knotengleichungen in diesen Punkten auf, in denen als unbekannte Spannungen nur noch die Knotenpotentiale vorkommen.
- (b) Wie groß sind die Potentiale für $U_1 = 12 \text{ V}$, $I_{23} = 100 \text{ mA}$ und $G = 10 \text{ mS}$?
- (c) Berechnen Sie die Ströme durch die Widerstände im Netzwerk mit Leitwert G und Leitwert $3G$.

